BOSNA I HERCEGOVINA
FEDERACIJA BOSNE I HERCEGOVINE
SREDNJOBOSANSKI KANTON
MINISTARSTVO OBRAZOVANJA, NAUKE, KULTURE I SPORTA

KANTONALNO TAKMIČENJE IZ FIZIKE UČENIKA SREDNJIH ŠKOLA

MJEŠOVITA SREDNJA ŠKOLA DONJI VAKUF

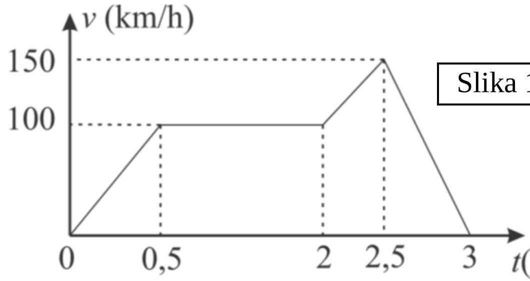
28.03.2019. godine

ZADACI I RJEŠENJA

Kantonalno takmičenje iz fizike učenika srednjih škola u Srednjobosanskom kantonu Travnik, 28. 03. 2019.

GRUPA A – MEHANIKA I TERMODINAMIKA

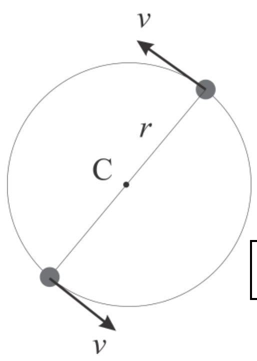
1. Voz se kreće između dva susjedna grada po pravolinijskoj pruzi. Tokom putovanja brzina voza se mijenja kao što je dato na priloženom grafiku brzine (Slika 1.)
   a) Odrediti rastojanje između gradova. **(12b)**
   b) Odrediti srednju putnu brzinu voza. **(4)**
   c) Nacrtati odgovarajući grafik ubrzanja **(9 b)**
2. Kandaski astronom John S. Plaskett je 1922. godine otkrio binarni sistem zvijezda koje kruže oko zajedničkog centra po kružnici radijusa r (Slika 2.). Linijska brzina rotacije zvijezda je 220 km/s. Odrediti mase zvijezda ako je poznato da obje zvijezde imaju istu masu i da je period rotacije jednak 14,4 dana. Kolika je ukupna mehanička energija binarnog sistem? Kolika je energija neophodna da se zvijezde razdvoje? **(25 b)**
3. Košarkaš visine 2 m nalazi se na udaljenosti od 10 m od koša. Ako košarkaš izbaci loptu pod uglom 40^0 u odnosu na horizont, odredite brzinu izbačaja lopte pri kojoj će lopta direktno proći kroz koš. Visina koša je 3,05 m (pogledati sliku 3.) **(20 b)**
4. Kuglica mase m vezana je za elastičnu oprugu koefcijenta elastičnosti k koja je postavljena u horizontalnom položaju kao na slici. Opruga je na drugom kraju učvršćena za zid. Na tu kuglicu nalijeće druga kuglica mase $m/2$ koja se kreće brzinom v ka zidu i sudara se sa kuglicom koja je vezana za oprugu.
   a) Kolika je brzina upadne kuglice poslije sudara? **(15b)**
   b) Za koliko će se elastična opruga sabiti poslije elastičnog sudara sa upadnom kuglicom?
   Smatrati da je sudar elastičan i da su poznate samo veličine koje su date u tekstu zadatka. **(15b)**



Slika 1.

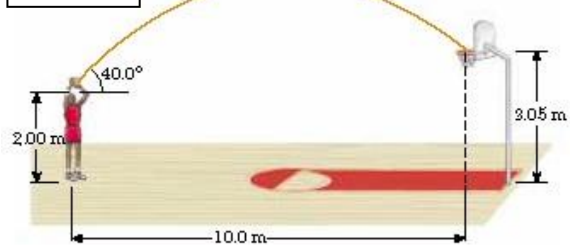
Konstante:

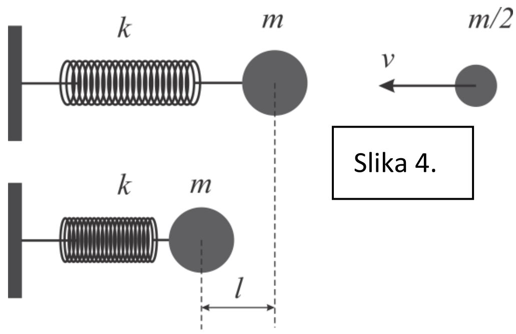
- Ubrzanje Zemljine teže g = 9,81 m/s^2
- Univerzalna gravitaciona konstanta $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2}$



Slika 2.

Slika 3.





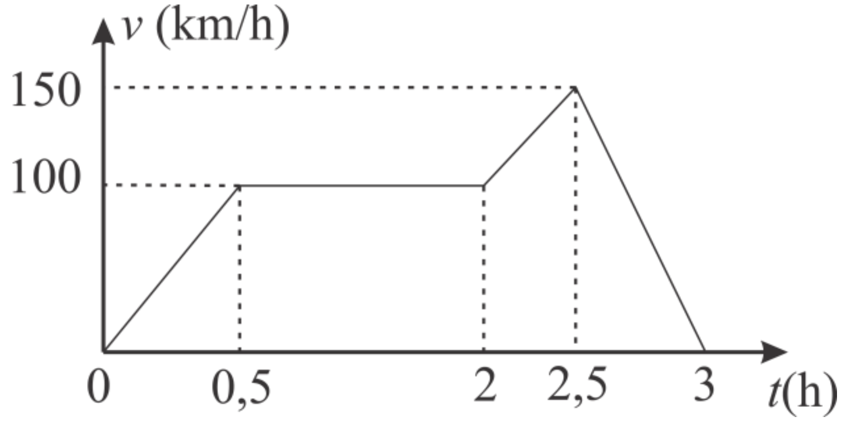
Slika 4.

GRUPA A – MEHANIKA I TERMODINAMIKA

1. Voz se kreće između dva susjedna grada po pravolinijskoj pruzi. Tokom putovanja brzina voza se mijenja kao što je dato na priloženom grafiku brzine (Slika 1.) a) Odrediti rastojanje između gradova. **(12b)**

b) Odrediti srednju putnu brzinu voza. **(4b)**

c) Nacrtati odgovarajući grafik ubrzanja **(9b)**



Slika 1.

RJEŠENJE

a)

I NAČIN

Pređeni put predstavlja ukupnu površinu koja se nalazi ispod grafika u $v-t$ dijagramu tako da je pređeni put jednak

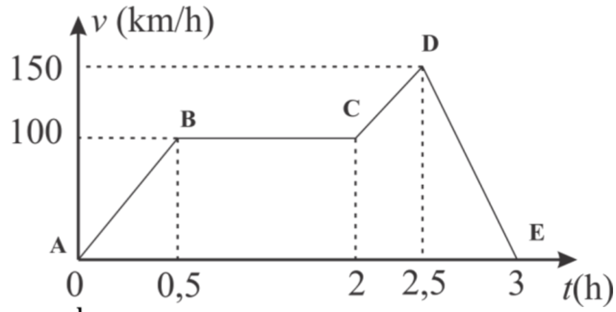
$$s=\frac{1}{2}100\cdot 0{,}5\text{ km}+100\cdot(2-0{,}5)\text{ km}+\ 100\cdot(2{,}5-2)\text{ km}$$

$$+\frac{1}{2}(150-100)\cdot(2{,}5-2)\text{ km}+\ \frac{1}{2}150\cdot(3-2{,}5)\text{ km}=275\text{ km}$$

(12b)

II NAČIN

Pređeni put može se odrediti koristeći formule za pređeni put kod ravnomjernog, i ubrzanog, odnosno usporenog kretanja. Kretanje između tačaka A i B je ubrzano kretanje. Pređeni put je



$$s_{AB} = \frac{1}{2} a_{AB} t_{AB}^2 = 0{,}5 \cdot 200 \frac{\text{km}}{\text{h}^2} \cdot (0{,}5\ \text{h})^2 = 25\ \text{km}$$

(2b)

$$a_{AB} = \frac{100\ \text{km/h}}{0{,}5\text{h}} = 200\ \frac{\text{km}}{\text{h}^2}$$

(2b)

Kretanje između tačaka B i C je ravnomjerno kretanje:

$$s_{BC} = 100\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot (2\text{h} - 0{,}5\text{h}) = 150\ \text{km}$$

(2b)

Kretanje između tačaka C i D je ubrzano:

$$s_{CD} = v_c t_{CD} + \frac{1}{2} a_{CD} t_{CD}^2 = 100\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot (2{,}5\text{h} - 2\text{h}) + 0{,}5 \cdot 100 \frac{\text{km}}{\text{h}^2} (2{,}5\text{h} - 2\text{h})^2 = 62{,}5\ \text{km}$$

(2b)

$$a_{CD} = \frac{150 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 100 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{2{,}5\text{h} - 2\text{h}} = 100 \frac{\text{km}}{\text{h}^2}$$

(1b)

Kretanje između tačaka D i C je usporeno kretanje:

$$s_{DE} = v_D t_{DE} + \frac{1}{2} a_{DE} t_{DE}^2 = 150\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot (3\text{h} - 2{,}5\text{h}) - 0{,}5 \cdot 300 \frac{\text{km}}{\text{h}^2} \cdot (3\text{h} - 2{,}5\text{h})^2$$
$$= 37{,}5\ \text{km}$$

(1b)

gdje je usporenje

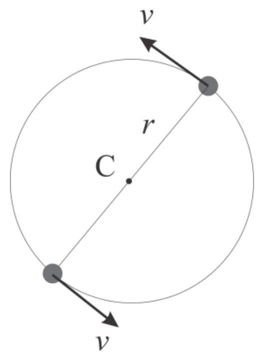
$$a_{DE} = \frac{0\ \frac{\text{km}}{\text{h}} - 150 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{3\text{h} - 2{,}5\text{h}} = -300 \frac{\text{km}}{\text{h}^2}$$

(1b)

$s = s_{AB} + s_{BC} + s_{CD} + s_{DE}$ = 25 km + 150 km + 62,5 km + 37,5 km = 275 km

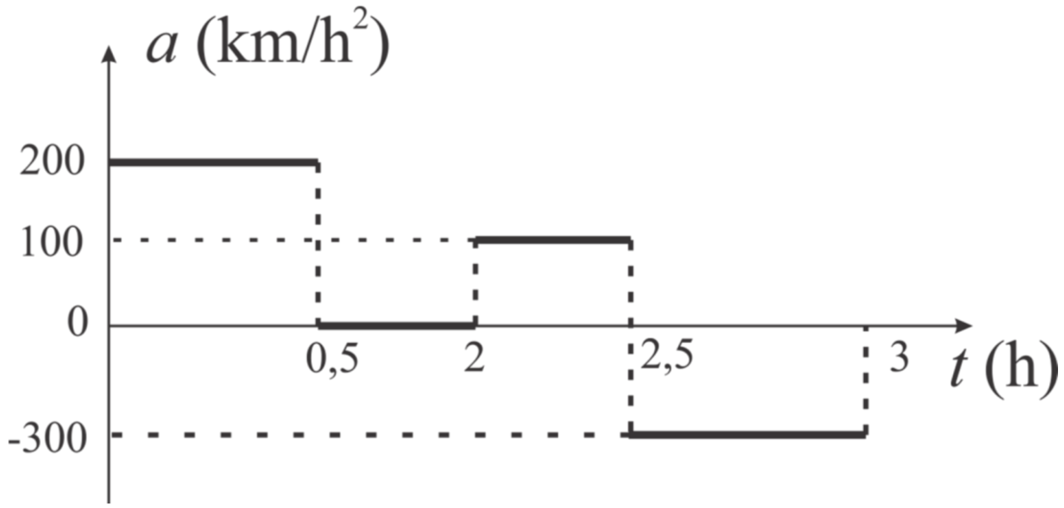
(1b)

b) Srednja putna brzina je jednaka



$$\overline{v} = \frac{275 \text{ km}}{3\text{h}} = 91{,}67 \ \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

(4b) c) Grafik brzine za dato kretanje je



(9b)

- Ako nisu označene ose (-2 b)
- Ako nisu označene mjerene jedinice na osama (-2b)
- Ako nisu označene vrijednosti na grafiku (-2b)
- Ako nije usporenje u negativnom dijelu nacratno (-3b)

UKUPNO 25b

2. Kandaski astronom John S. Plaskett je 1922. godine otkrio binarni sistem zvijezda koje kruže oko zajedničkog centra po kružnici radijusa r (Slika 2.). Linijska brzina rotacije zvijezda je 220 km/s. Odrediti mase zvijezda ako je poznato da obje zvijezde imaju istu masu i da je period rotacije jednak 14,4 dana. Kolika je ukupna mehanička energija binarnog sistem? Kolika je energija neophodna da se zvijezde razdvoje? **(25 b)**

Slika 2.

s

RJEŠENJE:

Gravitaciona sila ima ulogu centripetalne sile pa vrijedi

$$\gamma \frac{M^2}{(2r)^2} = \frac{Mv^2}{r} \Rightarrow M = \frac{4v^2}{\gamma}$$

(6b)

Napomena: Ako učenik prepozna da gravitaciona sila ima ulogu centripetalne sile, ali napiše gonjij izraz bez faktora 2, priznaje mu se (3b). Ako u nastavku uradi ispravno bez ovog faktora, priznaju mu se svi bodovi.

Linijska brzina je jednaka

$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow r = \frac{vT}{2\pi}$$

(3b)

Uvrštvanjem u gornji izraz za masu dobijamo da je masa zvijezda

$$M = \frac{2v^2T}{\pi\gamma} = 1{,}26 \cdot 10^{32}\ \mathrm{kg}$$

(3b)

Ukupna mehanička energija binarnog sistema je zbir kinetičke i potencijalne energije:

$$E = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}Mv^2 - \gamma\frac{M^2}{2r} = Mv^2 - \gamma\frac{M^2}{2r}$$

(4b)

Poluprečnik putanje je jednak

$$r = \frac{vT}{2\pi} = \frac{220 \cdot 10^3\mathrm{m/s} \cdot 14{,}4 \cdot 24 \cdot 3600\mathrm{s}}{6{,}28} = 4{,}359 \cdot 10^{10}\mathrm{m}$$

(2b)

Uvrštavanjem u gornj i izraz dobijamo

$$E = 1{,}26 \cdot 10^{32}\ \mathrm{kg} \cdot \left(2{,}20 \cdot 10^5 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 - 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2} \frac{(1{,}26 \cdot 10^{32}\ \mathrm{kg})^2}{2 \cdot 4{,}359 \cdot 10^{10}\mathrm{m}}$$
$$= -6{,}048 \cdot 10^{42}\mathrm{J}$$

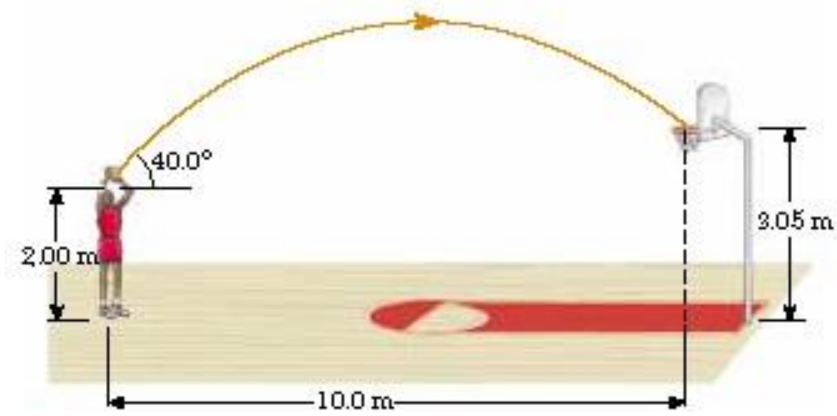
(3b)

Energija koja je neophodna da bi se zvijezde razdvojile iznosi $6{,}048 \cdot 10^{42}$J

(4b)

UKUPNO 25 b

3. Košarkaš visine 2 m nalazi se na udaljenosti od 10 m od koša. Ako košarkaš izbaci loptu pod uglom 40^0 u odnosu na horizont, odredite brzinu izbačaja lopte pri kojoj će lopta direktno proći kroz koš. Visina koša je 3,05 m (pogledati sliku 3.) **(20 b)**



Slika 3.

RJEŠENJE:

Kretanje lopte može se posmatrati kao kosi hitac. Ako ishodište koordinatnoh sistem postavimo u tački izbačaja lopte, tada su koordinate lopte u bilo kojem trenutku date sa

$$x(t) = v_{0x}t$$

$$y(t) = v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2$$

gdje su $v_{0x} = v_0 \cos\alpha$ i $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$. **(4b)**

Do koša, lopta po horizontalnoj osi pređe rastojanje od 10 m, pa je vrijeme to te tačke jednako

$$t = \frac{10\text{ m}}{v_0\cos\alpha} = \frac{10\text{ m}}{v_0\cos(40^0)} = \frac{10m}{v_0 \cdot 0{,}776} = \frac{12{,}887\text{m}}{v_0}$$

(4b)

U ovom trenutku, lopta se nalazi na visini

$$y = 3{,}05\text{m} - 2\text{m} = 1{,}05\text{ m}$$

odnosno prolazi kroz koš. **(4b)**

Uvrštavanjem u izraz za $y(t)$ dobijamo

$$1{,}05m = \ v_0 \sin(40^0)\frac{12{,}887\mathrm{m}}{v_0} - 0{,}5 \cdot 9{,}81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\left(\frac{12{,}887\mathrm{m}}{v_0}\right)^2$$

$$1{,}05\ m = 0{,}643 \cdot \ 12{,}887\mathrm{m} - \frac{814{,}6\frac{m^2}{s^2}}{v_0^2}$$

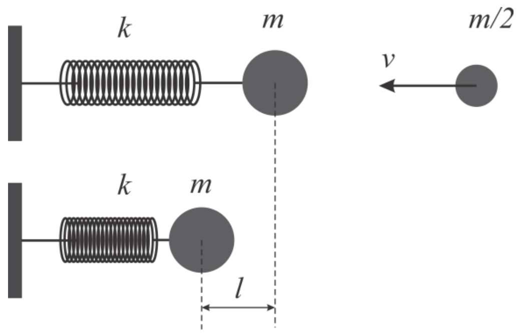
$$7{,}236 \ = \ \frac{814{,}6\frac{m^2}{s^2}}{v_0} \Rightarrow \ v_0 = \sqrt{112{,}576}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 10{,}61\ \mathrm{m/s}$$

(8b)

UKUPNO 20 b

4. Kuglica mase m vezana je za elastičnu oprugu koefcijenta elastičnosti k koja je postavljena u horizontalnom položaju kao na slici. Opruga je na drugom kraju učvršćena za zid. Na tu kuglicu nalijeće druga kuglica mase $m/2$ koja se kreće brzinom v ka zidu i sudara se sa kuglicom koja je vezana za oprugu. a) Kolika je brzina upadne kuglice poslije sudara? **(15b)**

b) Za koliko će se elastična opruga sabiti poslije elastičnog sudara sa upadnom kuglicom? Smatrati da je sudar elastičan i da su poznate samo veličine koje su date u tekstu zadatka. **(15b)**



Slika 4.

RJEŠENJE:

a) Na osnovu zakona očuvanja impulsa vrijedi

$$\frac{m}{2}v = mV - \frac{m}{2}v' \Rightarrow v + v' = 2V$$

gdje je v' brzina upadne kuglice neposredno nakon elastičnog sudara i pretpostavili smo da se kreće u suprotnom smjeru u odnosu na početni smjer.

(5b)

Na osnovu zakona očuvanju ukupne mehaničke energije dobijamo da vrijedi:

$$\frac{1}{2}\frac{m}{2}v^2 = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}\frac{m}{2}v'^2 \Rightarrow v^2 - v'^2 = (v+v')(v-v') = 2V^2$$

(5b) Kombinacijoma ova dva izraza dobijamo da je

$$v - v' = V$$

Uvrštavanjem nazad u gornju relaciju nalazimo da je

$$v + v' = 2(v - v') \Rightarrow v' = \frac{v}{3}$$

(5b)

Ako se dobije isti rezultat ali suprotnog predznaka, priznaju se svi bodovi jer suprotan preznak znači da je pretpostavljen suprotan smjer brzine u zakonu očuvanja impulsa.

b) Brzina kuglice koja je spojena na oprugu neposredno nakon sudara je

$$V = \frac{1}{2}(v + v') = \frac{1}{2}\left(v + \frac{v}{3}\right) = \frac{2}{3}v$$

(3b)

Kretanju ove kuglice suprostavlja se elastična sile oblika $F = kl$, gdje je l promjena dužine opruge. S obzirom da je elastična sila proporcionalna promjeni dužine, odnosno pređenom putu za kuglicu, rad ove sile na zaustavljanju kuglice je jednak

$$A = \frac{1}{2}kl \cdot l$$

(6b)

Rad elastične sile je jednak promjeni kinetičke energije, odnosno, kuglica troši svoju kinetičku energiju dobijenu u sudaru na savladavanje elastične sile.

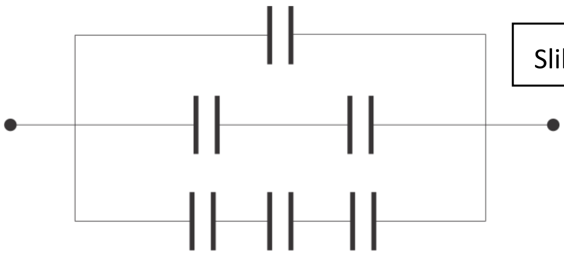
$$A = \frac{1}{2}kl \cdot l = \frac{1}{2}mV^2 \Rightarrow l = \frac{2}{3}v\sqrt{\frac{m}{k}}$$

(6b)

UKUPNO 30b

GRUPA B – ELEKTROMAGNETIZAM, OSCILACIJE I TALASI

1. Šest jednakih kondenzatora vezani su u kola kao na slici. Odrediti ekvivalentni kapacitet kola ako je kapacitet jednog kondenzatora jednak 1μF. **(20b)**



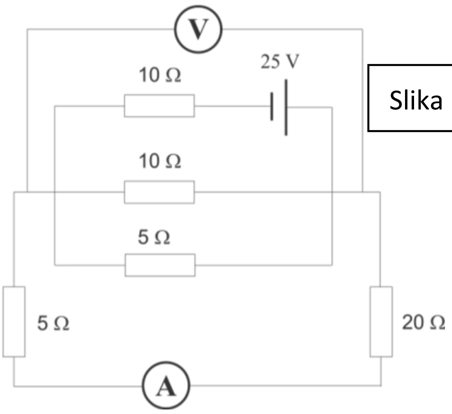
Slika 1.

2. Niz otpornika zajedno sa baterijom koja daje napon od 25 V povezani su u kolo kao na slici 2.
   a) Odredite jačinu struje koju ampermetar. **(20b)**
   b) Odredite pad napona kojeg voltmetar. **(10b)**

   Zanemariti unutrašnji otpor ampermetra i baterije i smatrati da je otpor voltmetra beskonačno velik.

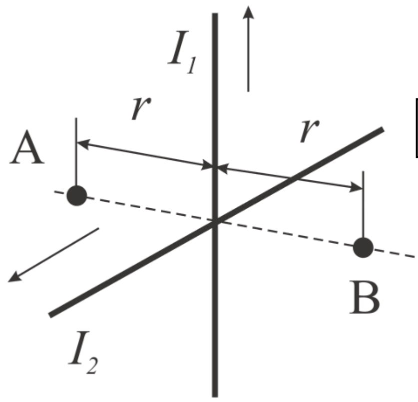
pokazuje

pokazuje



Slika 2.

3. Dva beskonačno duga provodnika postavljena su međusobno okomito kao što je prikazano na slici 3. Kroz provodnike teče istosmjerna struja stalne jačine od 10 A. Odredite jačine magnetnih polja u tačkama A i B ako su obje tačke od provodnika udaljene za 1 m. **(20b)**

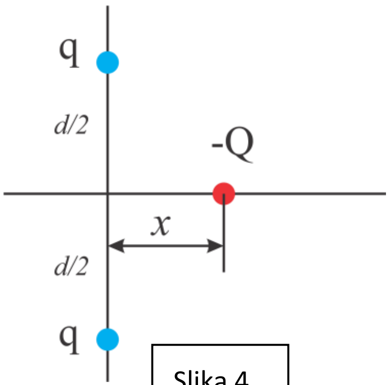


Slika 3.

d

4. Dvije identične čestice pozitivnog naboja $+q$ fiksirane su na međusobnom rastojanju . Treća kuglica mase m i negativnog naboja $-Q$ može se slobodno kretati duž prave koja je okomita na pravu koja povezuje pozitivne naboje i koja prolazi kroz tačku koja se nalazi na sredini rastojanja slici 4.
   a) Odredite intenzitet, pravac i smjer rezultujuće sile kojom pozitivni naboji djeluju na negativni naboj ako se negativni naboj nalazi na rastojanju x kao što je predstavljeno na slici

d kao što je prikazano na



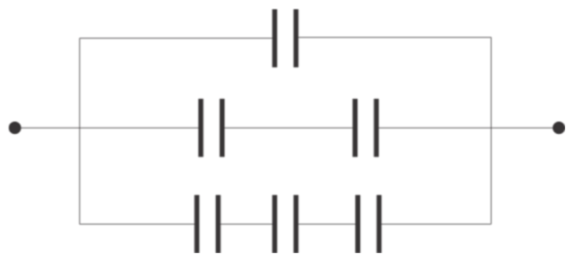
Slika 4.

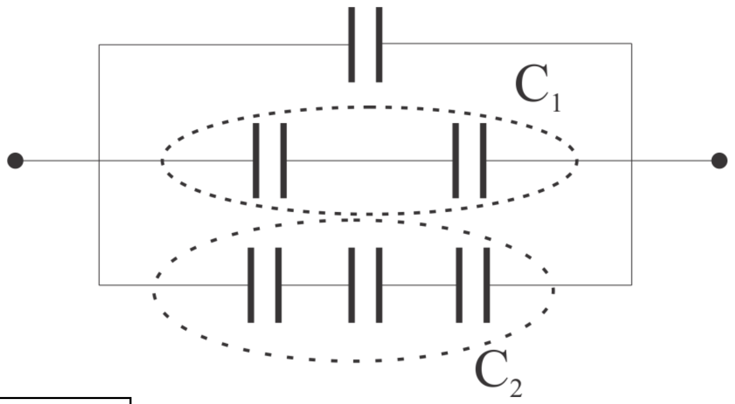
4. **(15b)**

   b) Ako je $x \ll d$, pokažite da će negativni naboj vršiti harmonijske oscilacije i odredite period ovih oscilacija.

(15b)

1. Šest jednakih kondenzatora vezani su u kola kao na slici. Odrediti ekvivalentni kapacitet kola ako je kapacitet jednog kondenzatora jednak 1μF. **(20b)**





Slika 1.

RJEŠENJE:

Nađimo prvo ekvivalentne kapacitete vezana koje su označene na donjoj slici. Ovi kondenzatori su vezani serijski da su odgovarajući kapaciteti jednaki

$$\frac{1}{C_1} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{2}{C} \Rightarrow C_1 = \frac{C}{2}$$

(5b)

$$\frac{1}{C_2} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{3}{C} \Rightarrow C_2 = \frac{C}{3}$$

(5b)

Kondenzatori C_1, C_2 i C vezani su paralelno pa je ekvivalentni kapacitet cijelog kola jednak

$$C_e = C_1 + C_2 + C = \frac{C}{2} + \frac{C}{3} + C = \frac{11}{6}C = \frac{11}{6} \cdot 11{,}6\ \mu\mathrm{F} = 1{,}83\ \mu\mathrm{F}$$

(10b)

UKUPNO 20 b

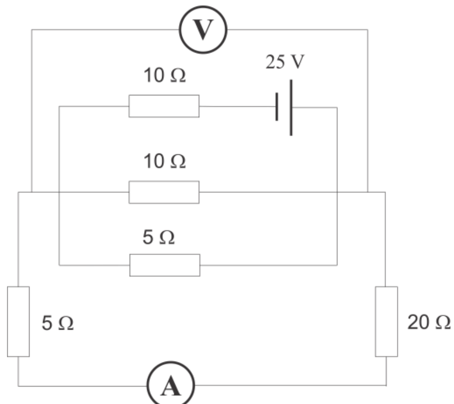
2. Niz otpornika zajedno sa baterijom koja daje napon od 25 V povezani su u kolo kao na slici 2.

a) Odredite jačinu struje koju pokazuje ampermetar**.**

(20b)

b) Odredite pad napona kojeg pokazuje voltmetar. **(10b)**

Zanemariti unutrašnji otpor ampermetra i baterije i smatrati da je otpor voltmetra beskonačno velik.

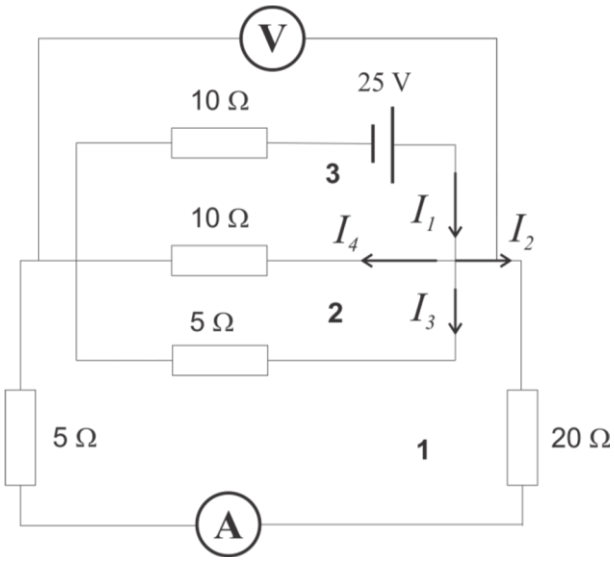


Slika 2.

RJEŠENJE:

a)

Zadatak ćemo riješiti primjenom Kirchhoffovih pravila za strujne grane koje su numerisane na priloženoj slici. Ako ove strujne grane obilazimo u smjeru kazaljke na satu dobijamo da vrijedi



$$25\text{V} = I_4 \cdot 10\Omega + I_1 \cdot 10\Omega$$

$$0V = I_3 \cdot 5\Omega - I_4 \cdot 10\Omega$$

$$0\text{V} = I_2 \cdot 20\Omega + I_2 \cdot 5\Omega - I_3 \cdot 5\Omega$$

$$I_1 = I_2 + I_3 + I_4$$

(8b)

Pošto tražimo struju I_2 neophodno je eliminisati preostale struje iz ovih jednačina.

Napomena: Odabir za smjera struja može biti drugačiji i predznaci u jednačinama može biti i drugačiji u zavisnosti od odabira smjera za date struja i smjera obilaska kontura.

Iz ovih jednačine dobijamo

$$I_4 = \frac{25\text{V} - I_1 \cdot 10\Omega}{10\Omega}$$

$$I_3 = I_4 \frac{10\Omega}{5\Omega} = 2I_4$$

$$I_1 = I_2 + 3I_4$$

(4b)

Kombinacijom ovij jednačina dobijamo

$$I_4 = \frac{25V - 10\Omega \cdot I_2}{40\Omega}$$

(3b)

$$25\Omega \cdot I_2 = I_3 \cdot 5\Omega = 2I_4 \cdot 5\Omega = 10\Omega \frac{25\text{V} - I_2 \cdot 10\Omega}{40\Omega} \Rightarrow I_2 = \frac{25\text{V}}{120\Omega} = 227 \text{ mA}$$

(5b) b)

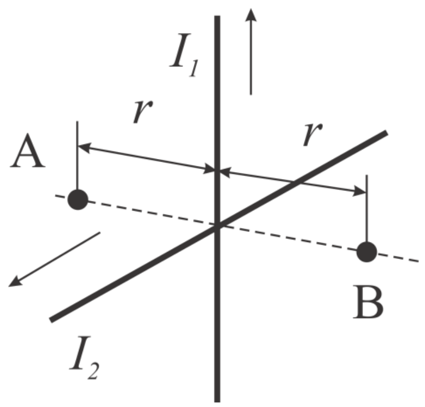
Pad napona kojeg pokazuje voltmetar je onda jednak

$$U = I_2 \cdot (20\Omega + 5\Omega) = 5{,}675 \text{ V}$$

(10b)

UKUPNO 30 b

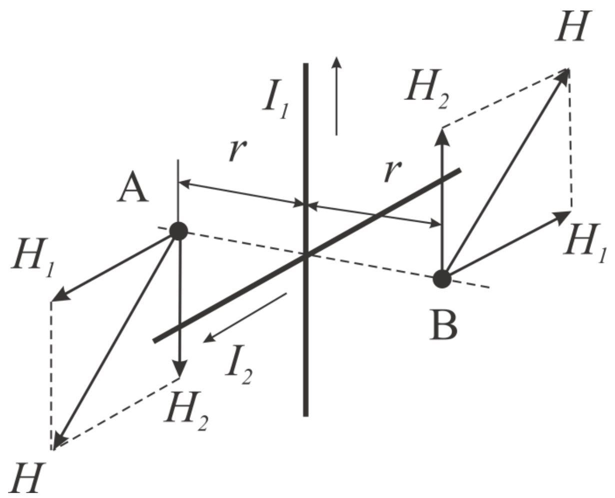
Dva beskonačno duga provodnika postavljena su međusobno okomito kao što je prikazano na slici 3. Kroz provodnike teče istosmjerna struja stalne jačine od 10 A. Odredite pravac, smjer i intenzitet magnetnog polja u tačkama A i B ako su obje tačke udaljene od provodnika za 1 m. **(20b)**



Slika 3.

RJEŠENJE:

Na osnovu pravila desne šake određujemo pravac i smjer magnetnog polja beskonačnog dugog provodnika kroz koji teče istosmjerna struja. U skladu s tim, polja u tačkama A i B su prikazan na slikama



Napomena: Slika se boduje sa (10b) ako su jasno nacrtane vektori H_1 i H_2 kao i vektor H za obje tačke. Ako su nacrtani samo za jednu tačku, boduje se sa (5b).

Rezultujući intenzitet magnetnog polja za tačku A i B je isti i iznosi

$$H = \sqrt{H_1^2 + H_2^2}$$

(6b)

gdje su $H_1 = H_2 = \frac{I}{2\pi r}$(2b) tako da dobijamo da je

$$H = \frac{I}{2\pi r}\sqrt{2} = 2{,}25\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$$

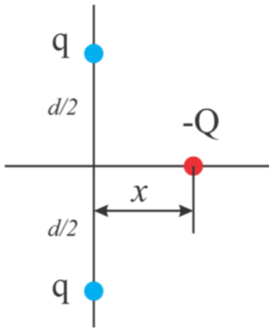
(2b)

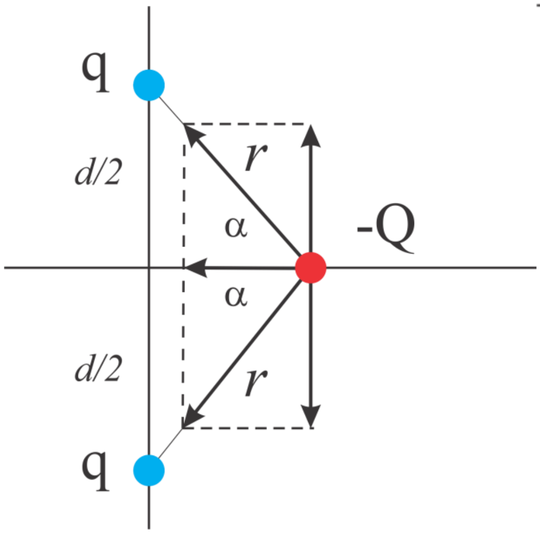
UKUPNO 20b

3. Dvije identične čestice pozitivnog naboja $+q$ fiksirane su na međusobnom rastojanju d. Treća kuglica mase m i negativnog naboja $-Q$ može se slobodno kretati duž prave koja je okomita na pravu koja povezuje naboje pozitivne naboje i koja prolazi kroz tačku koja se nalazi na sredini rastojanja d kao što je prikazano na slici 4.

a) Odredite intenzitet, pravac i smjer rezultujuće sile kojom pozitivni naboji djeluju na negativni naboj ako se negativni naboj nalazi na rastojanju x kao što je predstavljeno na slici 4. **(15b)**

b) Ako je $x \ll d$, pokažite da će negativni naboj vršiti harmonijske oscilacije i odredite period ovih oscilacija. **(15b)**





Slika 4.

RJEŠENJE:

a) Na priloženoj slici je predstavljen smjer i pravac djelovanja sila koje djeluju na negativni naboj. Po intenzitetu ove dvije sile su jednake. Komponente sila duž vertikalne ose su istog intenziteta, ali suprotnog smjera pa se one međusobno poništavaju tako ostanu samo komponete sila po horizontalnoj osi koje djeluju prema sredini duži koja spaja pozitivne naboje.

Slika se boduje sa **(6b)** ako su smjer, pravac, i intenziteti sila jasno prikazani. Ako postoji razlaganje na komponente sile, boduje se sa dodatnim **(2b).** Intenzitet sila je prema Coulombovom zakonu

$$F_1 = F_2 = -k\frac{qQ}{r^2}$$

(2b)

gdje je $r^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 + x^2$.**(1b)**

Rezultujuća sila djeluje duž horizontalne ose tako je jednaka

$$F = 2F_1 \cos\alpha = -2k\frac{qQ}{r^2}\frac{x}{r} = -\frac{2kqQ}{\left(\left(\frac{d}{2}\right)^2 + x^2\right)^{3/2}}x$$

(4b)

b) Ako je $x \ll d$ tada se intenzitet sile može aproksimirati sa

$$F = -\frac{2kqQ}{\left(\left(\frac{d}{2}\right)^2 + x^2\right)^{3/2}} x \approx -\frac{2kqQ}{\left(\frac{d}{2}\right)^3} x = -\frac{16kqQ}{d^3} x = -\kappa x$$

(6b)

Gdje je $\kappa = \frac{16kqQ}{d^3} = \text{const}$. Dakle, sila koja djeluje na negativni naboj ponaša se kao linearna funkcija rastojanja, tj. ima isti oblik kao Hookeova elastična sila. Poznato je da je period harmonijski oscilacija elastične sile određen formulom

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\kappa}} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{md^3}{kqQ}}$$

(7b)

UKUPNO 30b

KANTONALNO TAKMIČENJE IZ FIZIKE ZA UČENIKE SREDNJIH ŠKOLA

Travnik, 28.03.2019.

Grupa C – Optika i atomska fizika

1. Dva tanka sočiva imaju zajedničku optičku osu i nalaze se na međusobnom rastojanju $d =$ 30 cm. Prvo sočivo ima žižnu daljinu $f_1 = 30$ cm, a drugo $f_2 = -10$ cm. Predmet veličine $P = 3$ cm postavljen je normalno na optičku osu, na udaljenosti $p_1 = 10$ cm od prvog sočiva. Naći veličinu i položaj konačnog lika.

(20 bodova)

2. Procjep između dvije staklene pločice ima oblik klina malog ugla ϕ. Normalno na jednu stranu klina pada svjetlost talasne dužine λ. Naći raspodjelu intenziteta svjetlosti u interferentnoj slici na prednoj površini klina (dakle zavisnost intenziteta od udaljenosti interferente pruge od ruba klina). Smatrati da su intenziteti talasa reflektovanih sa obje strane klina isti – po I_0.

(25 bodova)

3. Posmatrajući Comptonovo rasijanje γ zraka na protonu, naći minimalnu energiju koju γ foton mora imati da bi brzina uzmaknutog protona bila $3{,}3 \cdot 10^7\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ (odnosno kinetička energija 5,68 MeV). Masa protona je $m_p = 1{,}6726 \cdot 10^{-27}\mathrm{kg} = 938{,}27\,\frac{\mathrm{MeV}}{\mathrm{c}^2}$.

(25 bodova)

4. Radioaktivni ${}^{89}_{38}\mathrm{Sr}$ ima bitnu primjenu u medicini pri tretmanu nekih malignih oboljenja.

a) Koliko mg (miligrama) radioaktivnog ${}^{89}\mathrm{Sr}$ treba dodati jednom mg stabilnog Sr da bi specifična aktivnost (aktivnost po jedinici mase) preparata bila $5{,}06 \cdot 10^{16}\,\frac{\mathrm{Bq}}{\mathrm{kg}}$? Period poluraspada ${}^{89}\mathrm{Sr}$ je 51 dan.

b) ${}_{38}{}^{89}\mathrm{Sr}$ se β^- raspadom transformiše u ${}^{89}{}_{39}\mathrm{Y}$. Koje su kinetičke energije elektrona moguće pri ovom raspadu? Masa atoma ${}^{89}\mathrm{Sr}$ je 88,90745u, dok je masa atoma ${}^{89}\mathrm{Y}$ 88,90584u. Uzeti da je $uc^2 = 931{,}5$ MeV.

(30 bodova)

1. Dva tanka sočiva imaju zajedničku optičku osu i nalaze se na međusobnom rastojanju $d = 30\ cm$. Prvo sočivo ima žižnu daljinu $f_1 = 30\ cm$, a drugo $f_2 = -10\ cm$. Predmet veličine $P = 3\ cm$ postavljen je normalno na optičku osu, na udaljenosti $p_1 = 10\ cm$ od prvog sočiva. Naći veličinu i položaj konačnog lika.

RJEŠENJE:

$P = 3\ cm$

$p_1 = 10\ cm$

$f_1 = 30\ cm$

$f_2 = -10\ cm$

$d = 30\ cm$

$l_2, L_2 = ?$

(1b)

Iz jednačine sočiva odredit ćemo udaljenost lika od prvog sočiva:

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{l_1} = \frac{1}{f_1}$$

(1b)

$$l_1 = \frac{p_1 f_1}{p_1 - f_1}$$

(1b)

$$l_1 = -15\ cm$$

(1b)

Kako je $l_1 < 0$, zaključujemo da je lik imaginaran.

(1b)

Lik koji je formiralo prvo sočivo predstavlja predmet za drugo sočivo, pri čemu je njegova udaljenost od pomenutog sočiva:

$$p_2 = d - l_1$$

(1b)

$$p_2 = 45\ cm$$

(1b)

Iz jednačine sočiva određujemo udaljenost lika od drugog sočiva:

$$\frac{1}{p_2} + \frac{1}{l_2} = \frac{1}{f_2}$$

(1b)

$$l_2 = \frac{p_2 f_2}{p_2 - f_2}$$

(1b)

$$l_2 = -8{,}18\ cm$$

(1b)

Na osnovu $l_2 < 0$, zaključujemo da je konačni lik imaginaran.

(1b)

Uvećanje sistema se definiše kao $u = u_1 \cdot u_2$,

(1b)

gdje je:

$$u_1 = \frac{|l_1|}{p_1}\ i\ u_2 = \frac{|l_2|}{p_2}$$

(1b)

pa je:

$$u = \frac{|l_1|}{p_1}\frac{|l_2|}{p_2}$$

(1b)

$$u = 0{,}27$$

(1b)

$$L_2 = u \cdot P$$

(1b)

$$L_2 = 0{,}81\ cm$$

(1b)

Konačan lik je imaginaran i umanjen, veličine $L_2 = 0.81\ cm$. **(3b)**

2. Procjep između dvije staklene pločice ima oblik klina malog ugla ϕ. Normalno na jednu stranu klina pada svjetlost talasne dužine λ. Naći raspodjelu intenziteta svjetlosti u interferentnoj slici na prednoj površini klina (dakle zavisnost intenziteta od udaljenosti interferente pruge od ruba klina). Smatrati da su intenziteti talasa reflektovanih sa obje strane klina isti – po I_0.

(25 bodova)

RJEŠENJE:

Neka je E_0 amplituda jačine električnog polja svakog od talasa reflektovanih sa jedne i druge strane vazdušnog klina. Talas koji pada na dio klina debljine d dijeli se na dva talasa: prvi se reflektuje odmah, a drugi prolazi do druge površine klina, odbija se od stakla, ponovo prolazi kroz vazdušni klin i onda izlazi kroz staklo.

(5b)

Geometrijska razlika puteva ta dva talasa je $2d$, a kako se drugi talas reflektuje od optički gušće sredine, to je $\delta = 2d + \frac{\lambda}{2}$.

(5b)

Odgovarajuća razlika faza talasa koji se slažu u tački M (odnosno u svim tačkama za koje je debljina klina d ista) je: $\theta = \frac{2\pi}{\lambda}\delta = \frac{4\pi d}{\lambda} + \pi$.

(3b)

Amplituda rezultujućeg talasa se može odrediti pomoću kosinusne teoreme:

$$A^2 = E_0^2 + E_0^2 - 2E_0^2 \cos\theta = 4E_0^2 \sin^2\frac{\theta}{2}.$$

(7b)

Intenzitet talasa je direktno proporcionalan kvadratu amplitude - prema tome, raspodjela intenziteta svjetlosti u interferentnoj slici na prednjoj strani klina određena je formulom:

$$I = 4I_0 \cos^2\frac{2\pi d}{\lambda}.$$

(4b)

Ako se sa x označi udaljenost interferentne pruge od ruba klina, onda je:

$$I = 4I_0 \cos^2(\frac{2\pi\phi}{\lambda}x).$$

(1b)

3. Posmatrajući Comptonovo rasijanje γ zraka na protonu, naći minimalnu energiju koju γ foton mora imati da bi brzina uzmaknutog protona bila $3{,}3 \cdot 10^7\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ (odnosno kinetička energija 5,68 MeV). Masa protona je $m_p = 1{,}6726 \cdot 10^{-27}\mathrm{kg} = 938{,}27\ \frac{\mathrm{MeV}}{\mathrm{c}^2}$.

(25 bodova)

RJEŠENJE:

I način:

Postavka zadatka: **(1b)**

Iz zakona očuvanja energije i impulsa:

$$h\nu + m_pc^2 = h\nu' + m_pc^2 + (E_k)_p\ ,$$

(2b)

$$\overrightarrow{p_f} = \overrightarrow{p_f}' + \overrightarrow{p_P},$$

(2b)

slijedi da je promjena talasne dužine fotona nakon rasijanja na protonu

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_p c}(1 - \cos\theta).$$

(2b)

Proton dobiva maksimalnu energiju pri rasijanju fotona pod θ = 180°:

$$\Delta\lambda_{max} = \frac{2h}{m_p c}.$$

(3b)

Minimalna energija fotona da bi se registrovali protoni date energije se računa uz uslov maksimalnog prenosa energije. Kinetička energija protona je u tom slučaju

$$(E_k)_p = h\nu - h\nu' = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right) = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda + \frac{2h}{m_p c}}\right) = h\nu\left(\frac{\frac{2h\nu}{m_p c^2}}{1 + \frac{2h\nu}{m_p c^2}}\right).$$

Slijedi da je minimalna energija fotona

$$(h\nu)^2 - (E_k)_p h\nu - \frac{(E_k)_p m_p c^2}{2} = 0,$$

(5b)

odnosno

$$(h\nu)_{1,2} = \frac{(E_k)_p \pm \sqrt{{(E_k)_p}^2 + 2(E_k)_p m_p c^2}}{2}.$$

Fizikalno prihvatljivo rješenje je

$$h\nu = 54{,}5 \text{ MeV}.$$

(10b)

II način:

Postavka zadatka: **(1b)**

Potrebno je primijetiti da je kretanje protona nerelativističko, pošto je kinetička energija protona jednaka $(E_k)_p = \frac{m_p v_p^2}{2}$. Uvrštavanjem svih datih podataka ovo se može potvrditi.

(2b)

Zakon očuvanja energije:

$$h\nu + m_p c^2 = h\nu' + m_p c^2 + (E_k)_p.$$

(2b)

Zakon očuvanja impulsa:

$$\overrightarrow{p_f} = \overrightarrow{p_f}' + \overrightarrow{p_P}.$$

(2b)

Proton dobiva maksimalnu energiju pri rasijanju fotona pod θ = 180°:

$$\frac{h}{\lambda} = -\frac{h}{\lambda'} + m_p v_p.$$

(3b)

Množenjem zakona očuvanja impulsa sa c i sabiranjem sa zakonom očuvanja energije, dobiva se:

$$2h\nu = (E_k)_p + m_p v_p c.$$

(5b) Slijedi da je potrebna energija fotona

$$h\nu = 54{,}5 \text{ MeV}.$$ **(10b)**

4. Radioaktivni $^{89}_{38}\mathrm{Sr}$ ima bitnu primjenu u medicini pri tretmanu nekih malignih oboljenja.

a) Koliko mg (miligrama) radioaktivnog ^{89}Sr treba dodati jednom mg stabilnog Sr da bi specifična aktivnost (aktivnost po jedinici mase) preparata bila $5{,}06 \cdot 10^{16}\,\frac{\mathrm{Bq}}{\mathrm{kg}}$? Period poluraspada ^{89}Sr je 51 dan.

b) $^{89}_{38}\mathrm{Sr}$ se β^- raspadom transformiše u $^{89}_{39}\mathrm{Y}$. Koje su kinetičke energije elektrona moguće pri ovom raspadu? Masa atoma ^{89}Sr je 88,90745u, dok je masa atoma ^{89}Y 88,90584u. Uzeti da je uc^2 = 931,5 MeV.

(30 bodova)

RJEŠENJE:

Postavka zadatka: **(1b)**

a) Specifična aktivnost je, po definiciji, aktivnost po jedinici mase, tj.

$$SA = \frac{A}{m}.$$

(2b) Ukupna masa preparata, kada se doda radioaktivni ^{89}Sr, je

$$m = m_1 + m_2,$$

gdje je m_1 = 1mg - masa stabilnog Sr, a m_2 masa radioaktivnog ^{89}Sr.

(3b)

Aktivnost dolazi samo od radioaktivnog ^{89}Sr:

$$A = \lambda N_2,$$

gdje je N_2 - broj radioaktivnih atoma ^{89}Sr.

(2b) Veza konstante radioaktivnost i perioda poluraspada je

$$\lambda = \frac{ln2}{T_{1/2}}.$$

(1b)

Broj atoma ^{89}Sr je

$$N_2 = \frac{m_2 N_A}{M_2}.$$

(2b)

Atomska masa izotopa stroncija ^{89}Sr je $89\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}$.

(1b) Specifična aktivnost je

$$SA = \frac{\lambda \frac{m_2 N_A}{M_2}}{m_1 + m_2}.$$

Slijedi da je masa radioaktivnog ^{89}Sr

$$m_2 = \frac{SA \cdot m_1}{\lambda \frac{N_A}{M_2} - SA}.$$

(5b)

Uvrštavajući numeričke vrijednosti,

$$m_2 = 0.05\ \mathrm{mg}.$$

(5b)

b) Energija koja se oslobodi jednaka je

$$Q = (m_j(^{89}_{38}\mathrm{Sr}) - m_j(^{89}_{39}\mathrm{Y}) - m_e)c^2.$$

Zanemarujući energiju veze elektrona, mase jezgara su jednake razlici masa atoma i odgovarajućeg broja elektrona. Slijedi da je

$$Q = (m_a(^{89}_{38}\mathrm{Sr}) - m_a(^{89}_{39}\mathrm{Y}))c^2$$

(2b)

Uvrštavajući numeričke vrijednosti, $Q \approx 1.5$ MeV.

(2b)

Pošto je spektar energija elektrona pri β raspadu kontinuiran, moguće su sve kinetičke energije elektrona manje ili jednake od 1.5 MeV. Ostatak energije nosi antineutrino.

(4b)